

PENENTUAN PREMI DAN CADANGAN MANFAAT ASURANSI JIWA *LAST SURVIVOR* MENGGUNAKAN HUKUM MORTALITAS BEARD-MAKEHAM

A. Ramadhanty¹, *W. Erliana², dan Ruhiyat³

¹Mahasiswa Program Studi S1 Aktuaria, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Pertanian Bogor, Jl. Meranti, Kampus IPB Dramaga Bogor.
adinda_727@apps.ipb.ac.id

^{2,3}Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Pertanian Bogor, Jl. Meranti, Kampus IPB Dramaga Bogor.
windi@apps.ipb.ac.id *corresponding author, ruhiyat@apps.ipb.ac.id

Abstrak

Asuransi jiwa *last survivor* adalah asuransi yang pembayaran manfaatnya diberikan setelah seluruh individu dalam kelompok meninggal. Peserta asuransi wajib membayarkan premi, begitu juga perusahaan asuransi wajib membayarkan manfaat ketika kematian tersebut terjadi. Perusahaan asuransi juga perlu menyiapkan cadangan manfaat sebagai bentuk persiapan untuk membayarkan manfaat kepada peserta asuransi, sehingga diperlukan penghitungan yang tepat. Pada karya ilmiah ini, dilakukan penghitungan premi dan cadangan manfaat bersih asuransi jiwa *last survivor* seumur hidup dan berjangka untuk dua orang tertanggung berdasarkan peluang kematian yang dimodelkan dengan hukum mortalitas Beard-Makeham. Penghitungan premi dilakukan berdasarkan prinsip kesetaraan dan penghitungan cadangan manfaat dengan metode prospektif. Untuk manfaat yang sama, semakin lama waktu perlindungan asuransi jiwa, maka nilai premi akan semakin besar begitu pula sebaliknya. Hasil penghitungan nilai cadangan manfaat yang bernilai positif dapat diartikan sebagai jumlah dana yang wajib disediakan oleh perusahaan asuransi untuk pembayaran manfaat kepada peserta asuransi.

Kata kunci: asuransi jiwa *last survivor*, cadangan manfaat bersih, hukum mortalitas Beard-Makeham, premi bersih

1 Pendahuluan

Salah satu risiko yang dihadapi oleh setiap manusia ialah kematian. Berdasarkan risiko tersebut, asuransi jiwa hadir sebagai produk untuk menanggung kerugian finansial yang diakibatkan oleh kematian pihak yang dijamin. Dalam perjanjian asuransi jiwa, pihak yang dijamin adalah pihak yang mengasuransikan jiwanya kepada pihak penjamin, yaitu perusahaan asuransi jiwa. Pihak penjamin akan menerima premi dari pihak yang dijamin sesuai ketentuan yang telah disepakati dan berkewajiban untuk memberikan manfaat ketika kematian pihak yang dijamin terjadi.

Jenis asuransi jiwa yang didasari oleh banyaknya jumlah individu tertanggung terdiri dari asuransi jiwa tunggal dan asuransi jiwa gabungan. Asuransi jiwa tunggal adalah asuransi jiwa yang hanya diikuti oleh satu individu, sedangkan asuransi jiwa yang diikuti oleh dua atau lebih individu, tergolong ke dalam asuransi jiwa gabungan. Ketika

seseorang memiliki riwayat kesehatan yang buruk dan ia memilih asuransi tunggal, maka akan ditolak oleh perusahaan asuransi. Menurut Ruhiyat *et al.* [10], asuransi jiwa gabungan akan menguntungkan karena meskipun ada salah satu peserta yang memiliki riwayat kesehatan buruk, dengan asuransi jiwa gabungan, maka perusahaan asuransi akan tetap menerimanya. Asuransi jiwa gabungan terbagi lagi menjadi dua jenis, yaitu asuransi jiwa status *joint life* dan status *last survivor*. Untuk asuransi jiwa status *joint life*, asuransi akan tetap bertahan dengan syarat apabila seluruh individu anggota kelompok tetap hidup, sehingga ketika terjadi kematian pertama, maka manfaat akan diberikan dan perjanjian asuransi tersebut berakhir [6]. Asuransi jiwa status *last survivor* akan tetap dihitung bertahan sampai individu terakhir mengalami kematian. Artinya, ketika seluruh anggota asuransi mengalami kematian, barulah saat itu manfaat dibayarkan kepada ahli warisnya. Penelitian ini dibatasi untuk pembahasan asuransi jiwa status *last survivor* seumur hidup dan berjangka saja.

Perusahaan asuransi perlu menyiapkan cadangan manfaat agar dapat membayar manfaat untuk para peserta yang mengajukan klaim. Pengelolaan cadangan manfaat tersebut sangat penting untuk dilakukan dengan tujuan menyediakan dana semaksimal mungkin yang nantinya digunakan untuk membayar manfaat ketika terjadi kematian. Pada penelitian terkait asuransi jiwa *last survivor* sebelumnya dalam [12], [2], [3], dan [13], penghitungan premi dan cadangan manfaat asuransi jiwa status *last survivor* dilakukan dengan asumsi bahwa peluang kematian seluruh peserta asuransi adalah saling bebas.

Untuk menentukan besar premi dan cadangan manfaat asuransi jiwa, langkah pertama yang dilakukan ialah menghitung peluang bertahan hidup dan kematian. Hukum mortalitas dapat digunakan untuk menghitung peluang bertahan hidup dan kematian tersebut. Pada penelitian tentang keterkaitan hukum mortalitas dengan peluang bertahan hidup dan kematian dalam [9], [8], [7], dan [5], terdapat kecocokan data tabel mortalitas dengan peluang bertahan hidup dan kematian. Menurut Saikia dan Borah [11], hukum mortalitas yang didasarkan pada kenaikan logistik seperti Perks, Beard, dan Beard-Makeham lebih baik dalam memodelkan tabel mortalitas dibanding dengan hukum mortalitas yang didasarkan pada kenaikan eksponensial seperti Gompertz dan Makeham. Dalam penelitian ini, digunakan hukum mortalitas Gompertz, Makeham, Beard, dan Beard-Makeham dalam memodelkan peluang bertahan hidup dan kematian seseorang.

2 Asuransi Jiwa *Last Survivor*

Asuransi jiwa *last survivor* pada penelitian ini adalah asuransi jiwa yang pihak tertanggungnya terdiri dari dua individu, dengan pembayaran manfaat diberikan setelah kematian individu terakhir. Misalkan terdapat dua individu yang berusia x dan y tahun saat kontrak asuransi dimulai. Untuk selanjutnya, kedua individu tersebut berturut-turut dilambangkan sebagai (x) dan (y) . Secara khusus, status *last survivor* dari kedua individu tersebut dilambangkan sebagai \overline{xy} . Apabila sisa waktu hidup dari (x) dan (y) berturut-turut dilambangkan dengan peubah acak T_x dan peubah acak T_y , maka peubah acak yang menyatakan sisa waktu hidup terpanjang dari anggota kelompok pada status *last survivor* dengan banyaknya anggota kelompok ialah dua, dinotasikan dengan $T_{\overline{xy}}$, ialah

$$T_{\overline{xy}} = \max(T_x, T_y).$$

[4].

Jika diasumsikan sisa waktu hidup (x) dan (y) saling bebas, maka menurut Cunningham *et al.* [4], peluang bahwa kedua individu (x) dan (y) meninggal dalam kurun waktu t dan dapat dituliskan sebagai berikut

$${}_tq_{\overline{xy}} = {}_tq_x \cdot {}_tq_y, \quad (1)$$

sedangkan peluang bahwa setidaknya ada satu orang di antara (x) dan (y) tetap hidup dalam t tahun dapat dituliskan sebagai berikut

$${}_t p_{\overline{xy}} = 1 - {}_tq_{\overline{xy}}, \quad (2)$$

serta peluang bersyarat untuk kegagalan status dalam interval waktu ke- $(n + 1)$ ialah

$${}_n|q_{\overline{xy}} = {}_n p_{\overline{xy}} - {}_{n+1} p_{\overline{xy}}. \quad (3)$$

3 Penerapan Hukum Mortalitas pada Status *Last Survivor*

Pada bagian ini, diterapkan beberapa hukum mortalitas, seperti Gompertz, Makeham, Beard, dan Beard-Makeham untuk menentukan peluang bertahan hidup dan peluang kematian. Pada hukum mortalitas Gompertz, peluang bertahan hidup dan peluang kematian individu saat berusia x sampai dengan $x + t$ tahun berturut-turut ialah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} {}_t p_x &= \exp \left[\frac{B}{\ln c} (1 - c^t) \right] \\ {}_t q_x &= 1 - \exp \left[\frac{B}{\ln c} (1 - c^t) \right]; B > 0, c > 1. \end{aligned} \quad (4)$$

Pada hukum mortalitas Makeham, peluang bertahan hidup dan peluang kematian individu saat berusia x sampai dengan $x + t$ tahun berturut-turut ialah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} {}_t p_x &= \exp \left[\frac{B}{\ln c} (1 - c^t) - At \right] \\ {}_t q_x &= 1 - \exp \left[\frac{B}{\ln c} (1 - c^t) - At \right]; B > 0, c > 1, A > -B. \end{aligned} \quad (5)$$

Pada hukum mortalitas Beard, peluang bertahan hidup dan peluang kematian individu saat berusia x sampai dengan $x + t$ tahun berturut-turut adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} {}_t p_x &= \exp \left\{ - \left[\frac{e^{-\rho}}{b} \ln \left(\frac{1 + e^{a+\rho+b(x+t)}}{1 + e^{a+\rho+bx}} \right) \right] \right\} \\ {}_t q_x &= 1 - \exp \left\{ - \left[\frac{e^{-\rho}}{b} \ln \left(\frac{1 + e^{a+\rho+b(x+t)}}{1 + e^{a+\rho+bx}} \right) \right] \right\}; a, \rho, b \in \mathbb{R}. \end{aligned} \quad (6)$$

Pada hukum mortalitas Beard-Makeham, peluang bertahan hidup dan peluang kematian individu saat berusia x sampai dengan $x + t$ tahun berturut-turut ialah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} {}_t p_x &= \exp \left\{ - \left[t e^\epsilon + \left(\frac{e^{-\rho} - e^\epsilon}{b} \ln \left(\frac{1 + e^{a+\rho+b(x+t)}}{1 + e^{a+\rho+bx}} \right) \right) \right] \right\} \\ {}_t q_x &= 1 - \exp \left\{ - \left[t e^\epsilon + \left(\frac{e^{-\rho} - e^\epsilon}{b} \ln \left(\frac{1 + e^{a+\rho+b(x+t)}}{1 + e^{a+\rho+bx}} \right) \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

dengan $a, \rho, b, \epsilon \in \mathbb{R}$.

Untuk pasangan (x) dan (y) yang mengikuti asuransi jiwa status *last survivor* hingga t -tahun, dengan asumsi bahwa sisa waktu hidup antar keduanya saling bebas, maka peluang kegagalan status *last survivor* untuk pasangan (x) dan (y) hingga t -tahun dengan menggunakan empat hukum mortalitas (Gompertz, Makeham, Beard, dan Beard-Makeham) dapat dihitung menggunakan formula pada persamaan (1). Selanjutnya, untuk menghitung peluang bahwa setidaknya ada satu orang di antara (x) dan (y) tetap hidup dalam t tahun dapat menggunakan formula pada persamaan (2) dan untuk menghitung peluang bersyarat untuk kegagalan status *last survivor* untuk pasangan (x) dan (y) pada interval waktu dari t ke $(t + 1)$ menggunakan formula pada persamaan (3).

4 Perumusan Anuitas Hidup dan Asuransi Jiwa pada Status *Last Survivor*

4.1 Asuransi Jiwa *Last Survivor* Seumur Hidup

Misalkan tingkat bunga majemuk efektif per tahun yang digunakan adalah konstan sebesar i , maka faktor diskon yang biasanya dilambangkan dengan v dapat dihitung dengan formula $v = (1 + i)^{-1}$. Faktor diskon tersebut digunakan dalam menghitung nilai sekarang aktuarial anuitas hidup dan manfaat. Menurut Cunningham *et al.* ([4]), nilai sekarang aktuarial dari serangkaian pembayaran sebesar satu satuan pada anuitas seumur hidup untuk status *last survivor* yang dibayarkan di awal setiap periode pembayaran dinotasikan dengan $\ddot{a}_{\overline{xy}}$ dan dihitung dengan formula sebagai berikut

$$\ddot{a}_{\overline{xy}} = \sum_{k=0}^{\infty} v^k {}_k p_{\overline{xy}},$$

sedangkan nilai sekarang aktuarial untuk manfaat asuransi jiwa sebesar satu satuan status *last survivor* seumur hidup dengan besar pertanggungan satu satuan dinotasikan dengan $A_{\overline{xy}}$ dan dihitung dengan formula sebagai berikut

$$A_{\overline{xy}} = \sum_{k=1}^{\infty} v^k {}_{k-1} | q_{\overline{xy}}.$$

4.2 Asuransi Jiwa *Last Survivor* Berjangka n -tahun

Menurut Cunningham *et al.* [4], nilai sekarang aktuarial dari serangkaian pembayaran sebesar satu satuan pada anuitas n -tahun untuk status *last survivor* yang dibayarkan di awal setiap periode pembayaran dinotasikan dengan $\ddot{a}_{\overline{xy:n}}$ dan dihitung dengan formula sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{\overline{xy:n}} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k {}_k p_{\overline{xy}},$$

sedangkan nilai sekarang aktuarial untuk manfaat asuransi jiwa status *last survivor* berjangka n -tahun dengan besar pertanggungan satu satuan dinotasikan dengan $A_{\overline{xy:n}}^1$ dan dihitung dengan formula sebagai berikut:

$$A_{\overline{xy:n}}^1 = \sum_{k=1}^n v^k {}_{k-1} | q_{\overline{xy}}.$$

5 Penghitungan Premi Bersih Tahunan

Pada karya ilmiah ini, asuransi jiwa *last survivor* diterapkan bagi pasangan suami istri dengan usia suami $x = 30$ tahun dan istri $y = 25$ tahun ketika pertama kali mendaftar asuransi. Jenis asuransi jiwa *last survivor* yang dibahas ialah asuransi jiwa seumur hidup dan asuransi jiwa berjangka n -tahun.

Adapun asumsi-asumsi yang digunakan pada penghitungan premi bersih tahunan ialah sebagai berikut:

1. Tingkat bunga majemuk efektif yang digunakan adalah konstan dan sebesar 3.5% per tahun.
2. Sebaran sisa waktu hidup dari (x) dan (y) mengikuti hukum mortalitas Beard-Makeham dengan nilai parameter-parameternya diduga dari data peluang kematian pada Tabel Mortalitas Indonesia IV [1]. Hasil yang diperoleh akan dibandingkan dengan hukum mortalitas Gompertz, Makeham, dan Beard.
3. Peubah acak sisa waktu hidup dari (x) dan (y) saling bebas.

4. Manfaat asuransi sebesar satu satuan akan dibayarkan di akhir tahun kematian pada saat kematian kedua dari (x) dan (y) kapan pun kematian kedua tersebut terjadi di masa depan.
5. Premi bersih tahunan akan dilakukan di setiap awal tahun selama minimal salah satu dari (x) dan (y) masih hidup.
6. Premi bersih tahunan dihitung dengan prinsip kesetaraan, yaitu nilai sekarang aktuarial pembayaran premi dibuat sama dengan nilai sekarang aktuarial pembayaran manfaat.

Pendugaan nilai parameter dari sebaran Beard-Makeham dapat dilakukan dengan menggunakan *package* 'MortalityLaws' yang terdapat pada aplikasi R. Kemudian, dilakukan hal yang serupa untuk sebaran Gompertz, Makeham, dan Beard. Tidak hanya menduga parameter saja, penggunaan *package* ini juga memungkinkan untuk menentukan peluang gagal sebaran mortalitas mana yang paling cocok dengan data Tabel Mortalitas Indonesia IV. *Package* 'MortalityLaws' bekerja dengan cara meminimumkan suatu *loss function*. Dalam karya ilmiah ini, *loss function* yang digunakan ialah

$$LF = \sum_{i=1}^n \left(\log \frac{m_i}{o_i} \right)^2$$

dengan m_i adalah nilai yang akan diestimasi dari peluang kematian ke- i , dan o_i adalah nilai yang diamati dari peluang gagal ke- i , dengan nilai o_i adalah peluang kematian sehingga rumus *loss function* untuk sebaran Beard-Makeham ialah sebagai berikut:

$$LF(\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{\rho}) = \sum_{x=0}^{111} \left(\log \left(\frac{1 - \exp \left\{ - \left[e^{\hat{c}} + \left(\frac{e^{-\hat{\rho}} - e^{\hat{c}}}{\hat{b}} \ln \left(\frac{1 + e^{\hat{a} + \hat{\rho} + \hat{b}x + \hat{b}}}{1 + e^{\hat{a} + \hat{\rho} + \hat{b}x}} \right) \right] \right\}}{q_x} \right) \right)^2.$$

Formula *loss function* untuk sebaran Gompertz, Makeham, dan Beard juga dapat diperoleh dengan cara serupa, yaitu menyubstitusikan $m_i = \hat{q}_x$ dan $o_i = q_x$ berdasarkan persamaan (4), (5), (6), dan (7). Dari hasil meminimuman *loss function* tersebut, didapatkan dugaan parameter-parameter dari sebaran Gompertz, Makeham, Beard, dan Beard-Makeham yang disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai dugaan parameter-parameter untuk sebaran Gompertz, Makeham, Beard dan Beard-Makeham

Penduga parameter-parameter sebaran	Laki-Laki (x)	Perempuan (y)
Gompertz		
\hat{B}	0,0000986932	0,0000713358
\hat{c}	0,0774097400	0,0777943900
Makeham		
\hat{A}	0,0000343596	0,0000187030
\hat{B}	0,0903901400	0,0941919000
\hat{c}	0,0002347776	0,0002085430
Beard		
\hat{a}	0,0000986900	0,0000713560
\hat{b}	0,0774111000	0,0777919100
$\hat{\rho}$	0,0000011400	0,0000093580

Penduga parameter-parameter sebaran	Laki-Laki (x)	Perempuan (y)
Beard-Makeham		
\hat{a}	0,000031117	0,0000187040
\hat{b}	0,0922241900	0,0941776700
\hat{e}	0,0002424514	0,0002087911
$\hat{\rho}$	0,2712143000	0,0010959490

Nilai dugaan parameter-parameter sebaran Gompertz, Makeham, Beard, dan Beard Makeham yang didapatkan pada Tabel 1, dapat digunakan untuk menghitung nilai *standard error* dari masing-masing sebaran. Nilai residual *standard error* dari masing-masing sebaran yang tersedia pada Tabel 2. Berdasarkan Tabel 2, nilai residual *standard error* terendah untuk laki-laki ialah sebaran Beard-Makeham, sedangkan untuk perempuan nilai *standard error* terendah ialah sebaran Makeham. Meskipun demikian, nilai *standard error* dari sebaran Beard-Makeham untuk perempuan tidak berbeda signifikan jika dibandingkan dengan sebaran Makeham.

Tabel 2. Nilai residual *standard error* untuk seluruh sebaran yang digunakan

	Gompertz	Makeham	Beard	Beard-Makeham
Laki-Laki (x)	0,5547	0,3743	0,5546	0,3344
Perempuan (y)	0,7300	0,3038	0,7300	0,3047

Selanjutnya, dibuat plot peluang kematian yang berasal dari data TMI IV, serta dibandingkan dengan plot peluang kematian berdasarkan model-model mortalitas yang dibahas yang ditampilkan pada Gambar 1 dan Gambar 2.

Berdasarkan Gambar 1 dan 2, dapat diperhatikan kedekatan antara plot peluang kematian dari keempat sebaran tersebut dengan plot peluang kematian pada TMI IV. Peluang kematian laki-laki (x) dan perempuan (y) yang paling mendekati dengan data TMI IV adalah dengan menggunakan model sebaran Beard-Makeham. Hal tersebut juga cocok dengan data yang dapat dilihat dari Tabel 2, bahwa nilai residual *standard error* sebaran Beard-Makeham tergolong rendah jika dibandingkan dengan hasil sebaran lain.

Dengan demikian, berdasarkan Tabel 2, Gambar 1, dan Gambar 2, dapat disimpulkan bahwa sebaran Beard-Makeham terpilih untuk menentukan laju kematian, peluang bertahan hidup dan kematian peserta asuransi jiwa *last survivor*.

Setelah peluang bertahan hidup dan kematian dimodelkan dengan sebaran Beard-Makeham, dilakukan penghitungan premi menggunakan prinsip penyeteraan, baik asuransi jiwa seumur hidup maupun asuransi jiwa berjangka n -tahun dengan formula berturut-turut yaitu,

$$P_{\overline{xy}} \times \ddot{a}_{\overline{xy}} = A_{\overline{xy}},$$

$$P_{\overline{xy:n}|} \times \ddot{a}_{\overline{xy:n}|} = A_{\overline{xy:n}|}^1,$$

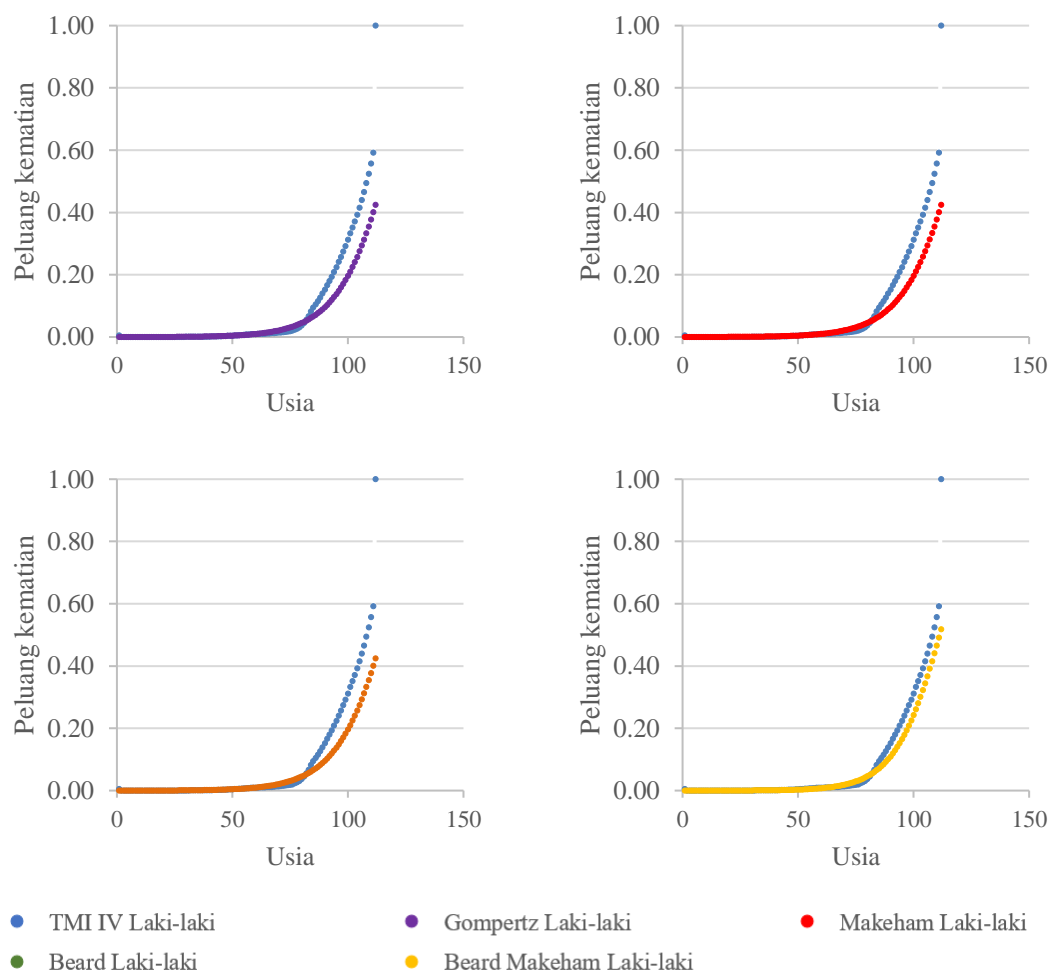
sehingga diperoleh formula untuk menghitung besar premi bersih tahunan asuransi jiwa *last survivor* seumur hidup, dengan dua orang tertanggung, laki-laki (x) berusia 30 tahun dan perempuan (y) berusia 25 tahun yaitu,

$$P_{\overline{30:25}} = \frac{A_{\overline{30:25}}}{\ddot{a}_{\overline{30:25}}},$$

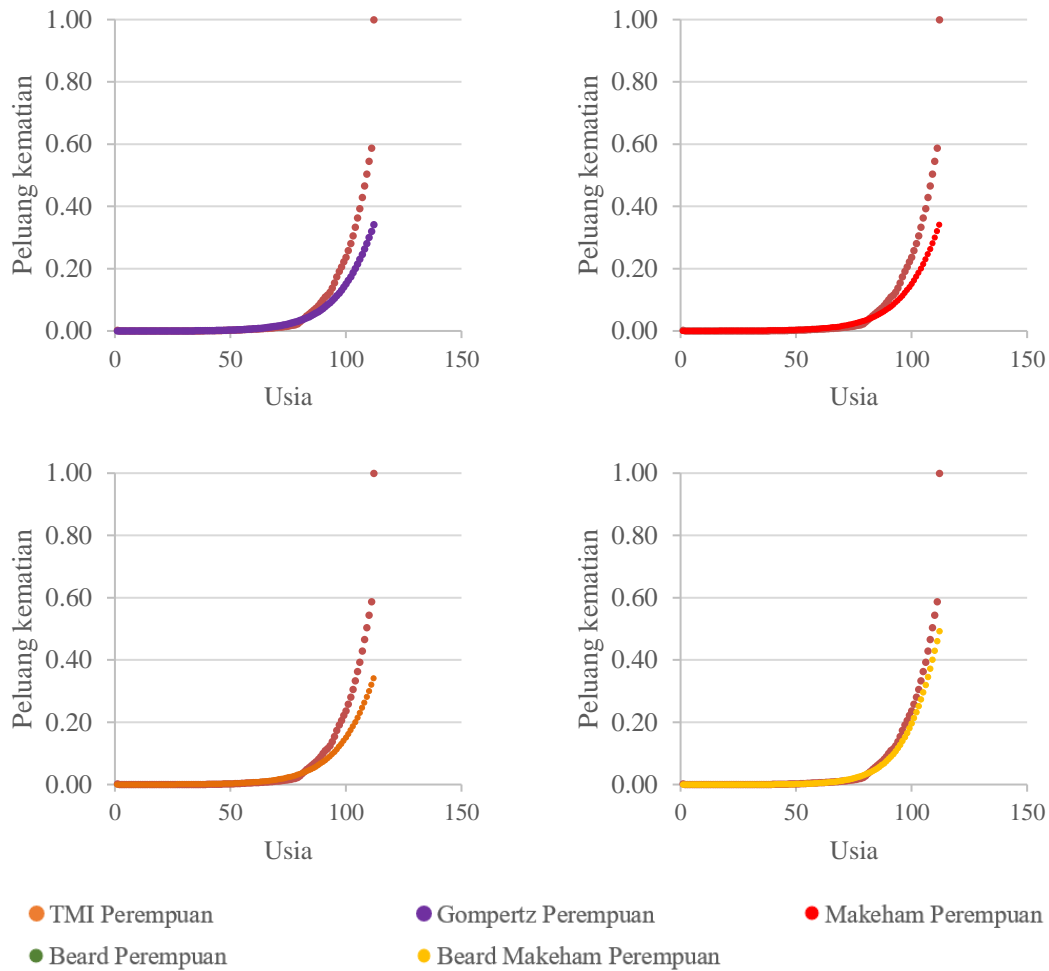
sedangkan formula untuk menghitung besar premi bersih tahunan asuransi jiwa *last survivor* berjangka n -tahun dengan dua orang tertanggung, yaitu laki-laki ($x = 30$) dan perempuan ($y = 25$) yaitu,

$$P_{\overline{30:25:n}|} = \frac{A_{\overline{30:25:n}|}^1}{\ddot{a}_{\overline{30:25:n}|}}$$

Dari formula tersebut, didapatkan hasil besaran premi bersih tahunan yang harus dibayarkan nasabah asuransi jiwa *last survivor* dengan hukum Beard-Makeham berdasarkan jangka waktu mengikuti asuransi yang tersedia pada Tabel 3.



Gambar 1. Plot peluang kematian laki-laki (x) pada TMI IV dan tabel mortalitas yang dihasilkan dari nilai dugaan parameter-parameter sebaran Gompertz, Makeham, Beard, dan Beard Makeham



Gambar 2. Plot peluang kematian perempuan (y) pada TMI IV dan tabel mortalitas yang dihasilkan dari nilai dugaan parameter-parameter sebaran Gompertz, Makeham, Beard, dan Beard Makeham

Tabel 3. Besaran premi bersih tahunan asuransi jiwa status *last survivor* untuk usia $x = 30$ tahun dan $y = 25$ tahun ketika mengikuti asuransi

Masa pertanggungan asuransi	Besar Premi
Seumur hidup	0,0045533
10 tahun	0,0000005
20 tahun	0,0000024
30 tahun	0,0000075

Berdasarkan Tabel 3, dapat diperhatikan bahwa lamanya jangka waktu nasabah mengikuti asuransi ternyata memengaruhi jumlah besar premi bersih tahunannya. Semakin lama jangka waktu mengikuti asuransi, maka besaran premi yang harus dibayarkan juga akan semakin besar. Hal ini dapat terjadi karena peluang bertahan hidup seseorang akan menurun seiring berjalannya waktu, semakin tua usia seseorang semakin besar peluang gagal atau meninggal, sehingga semakin lama jangka waktu mengikuti asuransi, risiko yang akan ditanggung perusahaan semakin besar, maka jumlah premi meningkat seiring bertambah lama jangka waktu mengikuti asuransi jiwa.

6 Penghitungan Cadangan Manfaat Bersih

Dalam asuransi jiwa *last survivor*, terdapat tiga pembagian kondisi untuk menghitung cadangan manfaat bersih. Hal tersebut disebabkan karena dalam asuransi jiwa status *last survivor*, asuransi akan tetap berjalan meskipun sudah ada individu yang gagal atau meninggal. Asuransi jiwa status *last survivor* baru akan berhenti apabila seluruh nasabah dalam kelompok tersebut gagal atau meninggal. Tiga kondisi tersebut, yaitu ketika (x) dan (y) masih bertahan hidup, ketika (y) telah meninggal dan hanya (x) yang bertahan hidup, serta ketika (x) telah meninggal dan hanya (y) yang bertahan hidup.

6.1 Nilai Polis untuk Asuransi Jiwa *Last Survivor* Seumur Hidup

Formula nilai polis bersih asuransi jiwa seumur hidup status *last survivor* (${}^1V_{\overline{xy}}$) dengan metode prospektif di akhir tahun ke- t dengan besar manfaat satu satuan yang dibayarkan pada akhir tahun kematian, dengan kondisi (x) dan (y) sama-sama masih hidup ialah sebagai berikut:

$${}^1V_{\overline{xy}} = A_{\overline{x+t:y+t}} - (P_{\overline{xy}} \times \ddot{a}_{\overline{x+t:y+t}}).$$

Formula nilai polis bersih asuransi jiwa seumur hidup status *last survivor* (${}^2V_{\overline{xy}}$) dengan metode prospektif di akhir tahun ke- t , dengan besar manfaat satu satuan yang dibayarkan pada akhir tahun kematian, dengan kondisi (y) telah meninggal sehingga penghitungan hanya bergantung pada peluang kematian (x) ialah sebagai berikut:

$${}^2V_{\overline{xy}} = A_{\overline{x+t}} - (P_{\overline{xy}} \times \ddot{a}_{\overline{x+t}}).$$

Formula nilai polis bersih asuransi jiwa seumur hidup status *last survivor* (${}^3V_{\overline{xy}}$) dengan metode prospektif di akhir tahun ke- t , dengan besar manfaat satu satuan yang dibayarkan pada akhir tahun kematian, dengan kondisi (x) telah meninggal sehingga penghitungan hanya bergantung pada peluang kematian (y) adalah sebagai berikut:

$${}^3V_{\overline{xy}} = A_{\overline{y+t}} - (P_{\overline{xy}} \times \ddot{a}_{\overline{y+t}}).$$

6.2 Nilai Polis untuk Asuransi Jiwa *Last Survivor* Berjangka n -tahun

Formula nilai polis bersih asuransi jiwa berjangka status *last survivor* (${}^1V_{\overline{xy:n}}$) dengan metode prospektif di akhir tahun ke- t , yang besar manfaatnya satu satuan, dibayarkan pada akhir tahun kematian dengan syarat $t < n$, dengan kondisi (x) dan (y) masih hidup ialah sebagai berikut:

$${}^1V_{\overline{xy:n}} = A_{\overline{x+t:y+t:n}} - (P_{\overline{xy:n}} \times \ddot{a}_{\overline{x+t:y+t:n}}).$$

Formula nilai polis bersih asuransi jiwa berjangka status *last survivor* (${}^2V_{\overline{xy:n}}$) dengan metode prospektif di akhir tahun ke- t , yang besar manfaatnya satu satuan, dibayarkan pada akhir tahun kematian dengan syarat $t < n$, dengan kondisi (y) telah meninggal ialah sebagai berikut:

$${}^2V_{\overline{xy:n}} = A_{\overline{x+t:n}} - (P_{\overline{xy:n}} \times \ddot{a}_{\overline{x+t:n}}).$$

Formula nilai polis bersih asuransi jiwa berjangka status *last survivor* (${}^3V_{\overline{xy:n}}$) dengan metode prospektif di akhir tahun ke- t , yang besar manfaatnya satu satuan, dibayarkan pada akhir tahun kematian dengan syarat $t < n$, dengan kondisi (x) telah meninggal ialah sebagai berikut:

$${}^3V_{\overline{xy:n}} = A_{\overline{y+t:n}} - (P_{\overline{xy:n}} \times \ddot{a}_{\overline{y+t:n}}).$$

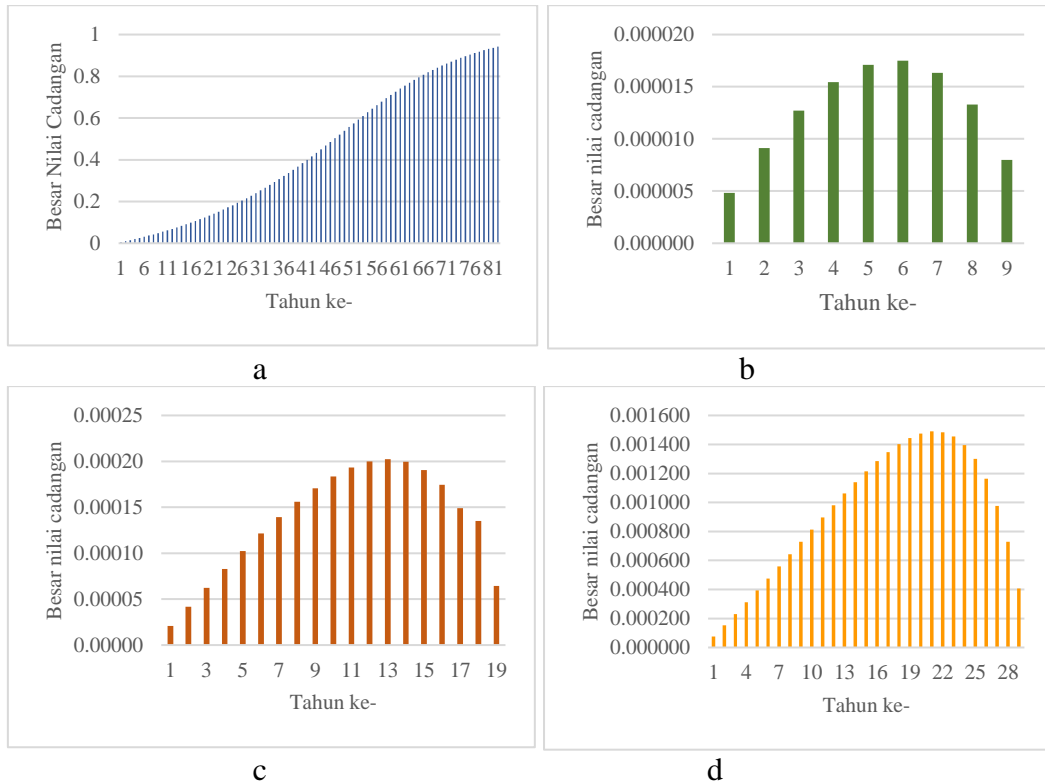
6.3 Cadangan Manfaat Bersih Asuransi Jiwa *Last Survivor* Seumur Hidup dan Berjangka n -tahun

Berdasarkan nilai polis yang telah diformulasikan, penghitungan cadangan manfaat asuransi jiwa *last survivor* seumur hidup dan berjangka n -tahun secara berturut-turut dinotasikan dengan V_1 dan V_2 , yaitu

$$V_1 = \frac{({}^1V_{30:25}({}_t p_{30} {}_t p_{25})) + ({}^2V_{30:25}({}_t p_{30} {}_t q_{25})) + ({}^3V_{30:25}({}_t q_{30} {}_t p_{25}))}{{}_t p_{30} {}_t p_{25} + {}_t p_{30} {}_t q_{25} + {}_t q_{30} {}_t p_{25}} \tag{8}$$

$$V_2 = \frac{({}^1V_{30:25:\overline{n}|}({}_t p_x {}_t p_y)) + ({}^2V_{30:25:\overline{n}|}({}_t p_x {}_t q_y)) + ({}^2V_{30:25:\overline{n}|}({}_t q_x {}_t p_y))}{{}_t p_{30} {}_t p_{25} + {}_t p_{30} {}_t q_{25} + {}_t q_{30} {}_t p_{25}} \tag{9}$$

Berdasarkan formula pada persamaan (8) dan (9), plot yang menggambarkan nilai cadangan manfaat terdapat pada Gambar 3.



Gambar 3. Besar nilai cadangan manfaat asuransi jiwa status *last survivor* seumur hidup (a), berjangka 10 tahun (b), berjangka 20 tahun (c), berjangka 30 tahun (d), berdasarkan tabel mortalitas yang dihasilkan dari dugaan parameter-parameter sebaran Beard-Makeham

Berdasarkan Gambar 3a, asuransi jiwa status *last survivor* seumur hidup akan mengalami kenaikan setiap tahunnya hingga pada akhir periode, artinya peserta asuransi mampu bertahan hingga usia maksimal pada TMI IV dan besar nilai cadangan manfaat akan mendekati besar manfaat yang dibayarkan yaitu sebesar satu satuan. Pada Gambar 3b, 3c, dan 3d, nilai cadangan asuransi jiwa status *last survivor* berjangka 10, 20 dan 30 tahun, naik di awal tahun periode, kemudian mengalami penurunan menjelang akhir

periode, sehingga perusahaan asuransi harus menyiapkan dana ketika anggota asuransi meninggal. Semakin lama periode asuransi jiwa status *last survivor*, maka nilai cadangan akan semakin besar, karena semakin lama perlindungan yang diberikan oleh perusahaan asuransi.

7 Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian, disimpulkan bahwa sebaran Beard-Makeham dapat memodelkan peluang bertahan hidup dan peluang kematian yang terdapat pada tabel TMI IV dengan baik dilihat dari nilai residual *standard error* yang rendah. Dengan menggunakan hukum mortalitas Beard-Makeham, dapat ditentukan besaran premi dan cadangan manfaat asuransi jiwa status *last survivor* dua orang tertanggung. Nilai premi bersih tahunan asuransi jiwa akan semakin besar karena semakin lama jangka waktu mengikuti asuransi, maka risiko kematian semakin tinggi, sehingga perusahaan asuransi menaikkan jumlah premi yang harus dibayar. Penentuan cadangan manfaat asuransi jiwa status *last survivor* dua orang tertanggung terbagi menjadi dua, yaitu kondisi ketika selama masa periode kedua individu masih hidup, serta kondisi ketika selama masa periode ada salah satu individu yang gagal. Kemudian dari seluruh kondisi tersebut, maka penghitungan nilai cadangan manfaat akan bergantung kepada peluang seluruh kondisi yang ada. Asuransi jiwa status *last survivor* seumur hidup, nilai cadangan setiap tahun akan cenderung meningkat hingga akhir periode dikarenakan naiknya peluang kematian dari peserta asuransi, sedangkan untuk asuransi jiwa status *last survivor* berjangka, nilai cadangan akan naik di awal periode, kemudian turun ketika sudah di akhir periode.

Daftar Pustaka

- [1] [AAJI] Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia. 2019. *Tabel Mortalitas Indonesia 2019*. Jakarta (ID): AAJI.
- [2] Amari AP, Satyahdewi N, Perdana H. 2019. Penentuan Premi Asuransi Berjangka Menggunakan Metode Last Survivor. *Bimaster : Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya*. 8(3):471-476.
- [3] Apriyanto Y, Yulida Y, Lestia A. 2018. Asuransi jiwa berjangka last survivor. *Jurnal Matematika Murni dan Terapan*. 12(2):30-40.
- [4] Cunningham RJ, Hercog T, London RL. 2013. *Models for Quantifying Risk*. Ed ke-5. Connecticut (US): ACTEX Publications.
- [5] Horiuchi S, Coale AJ. 1990. Age pattern of mortality for older woman: an analysis using the age-specific rate of mortality change with age. *Mathematical Population Studies*. 2(4):245-267.
- [6] Matvejevs A, Matvejevs A. 2001. Insurance models for joint life and last survivor benefits. *Informatica*. 12(4):547-558. doi:10.3233/INF-2001-12405.
- [7] Richards SJ. 2012. A handbook of parametric survival models for actuarial use. *Scandinavian Actuarial Journal*. 2012(4):233-257.
- [8] Richards SJ. 2009. Selected issues in modelling mortality by cause an in small population. *British Actuarial Journal*. 15(S1):267-283.
- [9] Richards SJ. 2008. Applying Survival Models to Pensioner Mortality Data. *British Actuarial Journal*. 14(2):257-203.
- [10] Ruhayat, Erliana W, Lamberto K, Ardelia E. 2022. Last-survivor premium and benefit reserve calculation using gamma-gompertz mortality law. *Jurnal Matematika Integratif*. 18(1):9-18.
- [11] Saikia P, Borah M. 2013. A study on Mathematical Modeling for Oldest-old Mortality Rates. *International Journal of Mathematical Archive*. 4(11):104-112.
- [12] Sitepu SB, Purnaba IGP. 2021. Penentuan premi asuransi berjangka *last survivor* untuk kasus dua orang tertanggung. *Statmat: Jurnal Statistika dan Matematika*. 3(2):98-103.
- [13] Youn H, Shemyakin A. 2001. Pricing practice for joint last survivor insurance. *Actuarial Research Clearing House*. 1(2):3.