

PENENTUAN PREMI DAN CADANGAN MANFAAT ASURANSI JIWA *JOINT LIFE* SAAT TINGKAT BUNGA DIMODELKAN DENGAN COX-INGERSOLL-ROSS

Y. Ardiansyah¹, *W. Erliana², Ruhiyat³, I G.P. Purnaba⁴, dan F. Septyanto⁵

¹Mahasiswa Program Studi S1 Aktuaria, Departemen Matematika Institut Pertanian Bogor, Jl. Meranti, Kampus IPB Dramaga Bogor. yuda_nikmatnya36@apps.ipb.ac.id

^{2,3,4,5}Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Pertanian Bogor, Jl. Meranti, Kampus IPB Dramaga Bogor. windi@apps.ipb.ac.id,*
ruhiyat@apps.ipb.ac.id, purnaba@apps.ipb.ac.id, fendy-se@apps.ipb.ac.id

*corresponding author

Abstrak

Pada karya ilmiah ini dibahas asuransi jiwa *joint life* untuk tiga orang tertanggung dengan tingkat bunga model Cox-Ingersoll-Ross (CIR). Manfaat dari asuransi jiwa tersebut dibayarkan setelah tahun kesepuluh jika tidak ada kematian terjadi, kematian pertama, atau kematian kedua pada peserta asuransi. Tingkat bunga yang digunakan dalam karya ilmiah ini adalah tingkat bunga BI 7-day (Reverse) Repo Rate (BI7DRR) periode September 2016 sampai September 2022 yang dimodelkan dengan model CIR. Parameter model CIR diduga dengan metode *Ordinary Least Square*. Model tingkat bunga tersebut digunakan dalam penghitungan premi bersih dan cadangan manfaat asuransi jiwa *joint life* berdasarkan Tabel Mortalitas Indonesia 2019. Hasil menunjukkan bahwa tingkat bunga BI7DRR dapat dimodelkan dengan baik dengan model CIR. Selain itu, semakin tua usia peserta saat mendaftar asuransi, maka semakin tinggi pembayaran premi bersih, sedangkan cadangan manfaat semakin rendah.

Kata kunci: asuransi jiwa *joint life*, cadangan manfaat, model CIR, premi bersih

1 Pendahuluan

Kehidupan manusia tidak lepas dari berbagai macam risiko yang dapat mengancam jiwanya. Risiko tersebut di antaranya adalah risiko kecelakaan, risiko harta benda, risiko kesehatan, risiko kematian, dan risiko bertahan hidup. Dalam hidup berkeluarga, risiko kematian dari anggota keluarga perlu dipersiapkan di kemudian hari. Jika kematian tersebut terjadi pada tulang punggung keluarga, maka kesejahteraan dari keluarga yang ditinggalkan akan terganggu. Selain itu, risiko bertahan hidup dan risiko kematian untuk anggota keluarga yang ditinggalkan juga dipertimbangkan agar memperoleh kesejahteraan di kemudian hari. Untuk

mengurangi risiko kematian dan risiko bertahan hidup, keluarga yang ditinggalkan dapat mengantisipasi risiko tersebut, salah satunya dengan mengikuti asuransi jiwa.

Pada dasarnya terdapat empat jenis asuransi jiwa, yaitu asuransi jiwa seumur hidup, asuransi jiwa berjangka, asuransi jiwa *endowment* murni, asuransi jiwa *endowment* ([5]). Berdasarkan banyaknya tertanggung, asuransi jiwa dibedakan menjadi asuransi jiwa *single life* dan asuransi jiwa *multi life* ([6]). Asuransi jiwa *single life* adalah asuransi jiwa yang jumlah peserta pada suatu polis hanya satu individu, sedangkan asuransi jiwa *multi life* adalah asuransi jiwa yang jumlah peserta pada suatu polis terdiri dari dua orang atau lebih. Berdasarkan status kematian dari kumpulan tertanggung, asuransi jiwa dibedakan menjadi dua, yaitu asuransi jiwa *joint life* dan *last survivor* ([3]). Pada asuransi jiwa *joint life*, pembayaran premi akan berakhir ketika terjadi kematian dari salah satu peserta pada suatu polis, sedangkan pada asuransi jiwa *last survivor* pembayaran premi akan berakhir ketika terjadi kematian terakhir dari sekelompok orang yang terdaftar pada suatu polis asuransi yang sama ([6]). Karya ilmiah ini berfokus pada asuransi jiwa *joint life* untuk tiga orang tertanggung. Tiga orang tertanggung tersebut adalah anak pertama sampai anak ketiga.

Dalam menentukan premi serta cadangan manfaat, perusahaan asuransi jiwa memerlukan komponen-komponen penting dalam menghasilkan sebuah produk asuransi jiwa. Salah satu komponen tersebut adalah tingkat bunga. Bank Indonesia (BI) mengeluarkan tingkat bunga acuan setiap bulan yang bernama BI *7-days (reverse) repo rate* (BI7DRR). Pergerakan dari tingkat bunga BI7DRR cukup berfluktuasi sehingga diperlukan suatu model agar dapat menangkap pergerakan tingkat bunga yang berubah-ubah.

Pada karya ilmiah ini, model untuk tingkat bunga yang digunakan adalah model Cox-Ingersoll-Ross (CIR). Model CIR menjamin tingkat bunga bernilai positif dan memiliki sifat *mean reversion* atau mempunyai kecenderungan kembali menuju rata-rata ([4]). Model CIR tersebut digunakan untuk memodelkan tingkat bunga BI7DRR yang akan digunakan dalam penentuan besarnya premi dan cadangan manfaat pada asuransi jiwa *joint life* untuk tiga orang tertanggung.

2 Asuransi Jiwa *Joint Life*

2.2 Status *Joint Life*

Sisa waktu hidup terpendek dari anggota kelompok pada status *joint life* dengan banyaknya anggota kelompok tiga orang, yaitu (x) , (y) , dan (z) , dinotasikan $T(x, y, z)$, didefinisikan sebagai berikut [3]:

$$T(x, y, z) = \min[T(x), T(y), T(z)].$$

Diasumsikan bahwa peubah acak $T(x), T(y), T(z)$ saling bebas, sehingga peluang bertahan hidup tiga individu dalam sebuah kelompok selama t tahun, dinotasikan

${}_t p_{x,y,z}$, nilainya sama dengan perkalian peluang hidup masing-masing individu, yaitu:

$${}_t p_{x,y,z} = {}_t p_x \cdot {}_t p_y \cdot {}_t p_z.$$

2.3 Anuitas Hidup Awal untuk Status *Joint Life*

Nilai sekarang dari anuitas hidup berjangka n -tahun untuk status *joint life* yang pembayarannya di awal tahun sebesar satu satuan untuk tiga orang dirumuskan sebagai ([8]):

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{x,y,z:\overline{n}|} &= \sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot {}_t p_{x,y,z} \\ &= 1 + v \cdot {}_1 p_{x,y,z} + v^2 \cdot {}_2 p_{x,y,z} + \dots + v^{n-1} \cdot {}_{n-1} p_{x,y,z}. \end{aligned}$$

Selanjutnya, nilai sekarang aktuarial dari anuitas seumur hidup yang ditunda selama n -tahun dengan pembayaran sebesar satu satuan oleh orang yang berumur x dan y tahun di awal tahun, dinotasikan ${}_n | \ddot{a}_{x,y}$, dirumuskan sebagai berikut ([3]):

$$\begin{aligned} {}_n | \ddot{a}_{x,y} &= \sum_{t=n}^{\infty} v^t \cdot {}_t p_{x,y} \\ &= v^n \cdot {}_n p_{x,y} + v^{n+1} \cdot {}_{n+1} p_{x,y} + v^{n+2} \cdot {}_{n+2} p_{x,y} + \dots \\ &= v^n \cdot {}_n p_x \cdot {}_n p_y + v^{n+1} \cdot {}_{n+1} p_x \cdot {}_{n+1} p_y + v^{n+2} \cdot {}_{n+2} p_x \cdot {}_{n+2} p_y + \dots \end{aligned}$$

2.4 Nilai Sekarang Aktuarial Manfaat Asuransi Jiwa *Endowment Murni n-Tahun* untuk Status *Joint Life*

Nilai sekarang aktuarial dari manfaat sebesar satu satuan pada asuransi jiwa *endowment* murni berjangka n -tahun dengan status *joint life* yang dibayarkan apabila peserta asuransi (x), (y), dan (z) masih hidup sampai jangka waktu asuransi n -tahun serta dirumuskan sebagai ([8]):

$$A_{xyz:\overline{n}|} = v^n \cdot {}_n p_{xyz}.$$

2.5 Peluang Meninggal Semua Orang Tertanggung

Peluang orang berusia x, y, z dalam jangka waktu n tahun akan meninggal semua dinotasikan dengan ${}_t q_{\overline{x,y,z}}$ dan dirumuskan sebagai ([8]):

$${}_t q_{\overline{x,y,z}} = {}_t q_x \times {}_t q_y \times {}_t q_z.$$

2.6 Cadangan Manfaat

Menurut Futami ([5]), premi yang diterima oleh perusahaan asuransi harus disisihkan sebagian sebagai cadangan manfaat untuk membayar santunan di masa depan. Cadangan manfaat pada waktu ke- t bila dihitung menggunakan metode prospektif, maka cadangannya sebesar nilai sekarang aktuarial (*Actuarial Present Value* atau APV) pada waktu ke- t dari manfaat (*Future Benefit* atau FB) sebesar satu satuan dikurangi dengan nilai sekarang aktuarial (*Actuarial Present Value* atau APV) pada waktu ke- t dari pembayaran premi (*Future Premium* atau FP), yaitu

$${}_tV = APV(\text{FB pada}(t, \infty)) - APV(\text{FP pada}[t, \infty)).$$

3 Metode

3.1 Data

Data yang digunakan pada karya ilmiah ini ialah tingkat bunga yang diambil dari BI7DRR dan Tabel Mortalitas Indonesia 2019 ([1]). Periode yang digunakan dalam pengambilan data BI7DRR adalah September 2016 sampai dengan September 2022. Untuk mengolah data-data tersebut, digunakan aplikasi RStudio dan Microsoft Excel 365.

3.2 Tahapan Penelitian

Dalam karya ilmiah ini, data BI7DRR digunakan untuk membangkitkan tingkat bunga model CIR. Hasil tingkat bunga model CIR dan Tabel Mortalitas Indonesia 2019 digunakan untuk simulasi hasil premi bersih serta cadangan manfaat asuransi jiwa *joint life* dengan tiga orang tertanggung. Langkah-langkah yang dilakukan dalam karya ilmiah ini ialah:

1. Mendiskretisasi model CIR dengan metode Euler-Maruyama.
2. Menduga parameter model CIR dari data BI7DRR dengan metode regresi *Ordinary Least Square* (OLS).
3. Membangkitkan tingkat bunga model CIR menggunakan parameter yang telah diduga pada tahap kedua dengan aplikasi RStudio.
4. Menghitung nilai MAPE untuk BI7DRR terhadap tingkat bunga model CIR.
5. Melakukan simulasi penghitungan premi bersih untuk asuransi jiwa *joint life* menggunakan data Tabel Mortalitas Indonesia tahun 2019 dan tingkat bunga model CIR.
6. Melakukan simulasi penghitungan nilai polis dan cadangan manfaat untuk asuransi jiwa *joint life* menggunakan data Tabel Mortalitas Indonesia tahun 2019 dan tingkat bunga model CIR.

4 Hasil dan Pembahasan

4.1 Model CIR untuk Tingkat Bunga

Tingkat bunga model CIR pada asuransi jiwa *joint life* tiga orang tertanggung digunakan untuk menghitung nilai sekarang dari premi dan cadangan manfaat dari asuransi tersebut. Tingkat bunga model CIR memiliki bentuk persamaan diferensial stokastik dengan formula sebagai berikut [4]:

$$dr(t) = k(\theta - r(t))dt + \sigma\sqrt{r(t)}dW(t)$$

di mana $r(t)$ adalah tingkat bunga pada waktu t dengan $t \in [0, T]$, k adalah kecepatan $r(t)$ kembali menuju θ , θ adalah rata-rata jangka panjang tingkat bunga, σ adalah volatilitas dari tingkat bunga, dan $W(t)$ adalah proses Wiener. Persamaan diferensial stokastik pada model CIR tersebut memiliki solusi pada interval waktu $[0, T]$ dengan diskretisasi waktu sebagai berikut

$$0 = \tau(0) < \tau(1) < \dots < \tau(t) < \dots < \tau(N) = T,$$

yang memiliki jarak yang sama sebesar $\Delta t = \frac{T}{N}$. Pada karya ilmiah ini, digunakan data tingkat bunga BI7DDR pada interval waktu September 2016 sampai September 2022, sehingga interval waktu yang digunakan ialah $[0, 7]$ dengan $T = 7$, $N = 7$, dan $\Delta t = 1$. Persamaan model CIR dalam bentuk diskret diperoleh dengan menerapkan metode Euler-Maruyama dan definisi proses Wiener. Bentuk diskret tingkat bunga model CIR sebagai berikut [7]:

$$\begin{aligned} \Delta r(t) &= k(\theta - r(t))\Delta t + \sigma\sqrt{r(t)}\Delta W(t) \\ r(t+1) - r(t) &= k(\theta - r(t))\Delta t + \sigma\sqrt{r(t)}\varepsilon\sqrt{\Delta t} \\ r(t+1) &= r(t) + k(\theta - r(t))\Delta t + \sigma\sqrt{r(t)}\varepsilon\sqrt{\Delta t} \end{aligned}$$

dengan $\varepsilon \sim N(0, 1)$ dan tingkat bunga awal $r(0)$.

4.2 Penerapan dari Tingkat Bunga Model CIR

Data historis tingkat bunga yang digunakan dalam penentuan nilai dugaan parameter tingkat bunga model CIR adalah data tingkat bunga BI7DRR pada September 2016 sampai dengan September 2022 dengan asumsi bahwa tingkat bunga di masa depan mengikuti model CIR. Data tingkat bunga BI7DRR yang digunakan terlampir pada Tabel 1.

Tabel 1 Data tingkat bunga BI7DRR

Bulan	BI7DRR
September 2016	0.0500
September 2017	0.0425
September 2018	0.0575
September 2019	0.0525
September 2020	0.0400
September 2021	0.0350
September 2022	0.0425

Penduga parameter untuk membangkitkan tingkat bunga model CIR diperoleh dengan metode *Ordinary Least Square* sebagai berikut ([2]):

$$\hat{k} = \frac{1 - \hat{b}}{\Delta t}$$

$$\hat{\theta} = \frac{\hat{a}}{1 - \hat{b}}$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N-2} \sum_{t=1}^{N-1} \left(\frac{r(t+\Delta t)}{\sqrt{r(t)}} - \left(\frac{\hat{a}}{\sqrt{r(t)}} + \frac{\hat{b}r(t)}{\sqrt{r(t)}} \right) \right)^2}$$

di mana

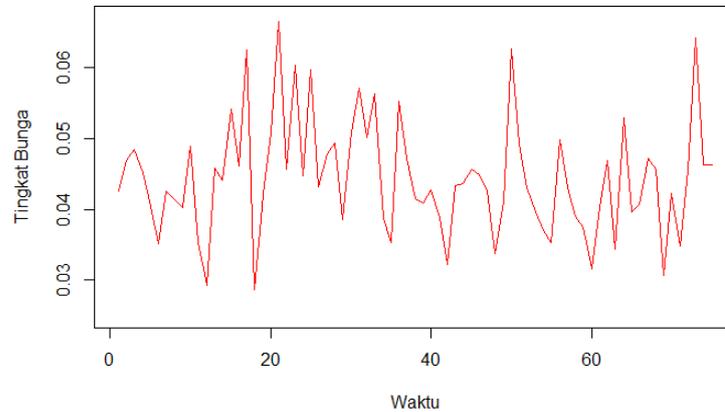
$$\hat{a} = \frac{\sum_{t=1}^{N-1} \frac{r(t+\Delta t)}{r(t)} - (N-1)(\hat{b})}{\sum_{t=1}^{N-1} \left(\frac{1}{r(t)} \right)}$$

dan

$$\hat{b} = \frac{\sum_{t=1}^{N-1} r(t+\Delta t) \sum_{t=1}^{N-1} \left(\frac{1}{r(t)} \right) - (N-1) \left(\sum_{t=1}^{N-1} \frac{r(t+\Delta t)}{r(t)} \right)}{\sum_{t=1}^{N-1} (r(t)) \sum_{t=1}^{N-1} \left(\frac{1}{r(t)} \right) - (N-1)^2}$$

Dengan menggunakan tingkat bunga awal yang diambil dari tingkat bunga BI7DRR pada Bulan September 2016 sebesar 0.0500, diperoleh nilai dugaan parameter $\hat{k} = 0.7610053$, $\hat{\theta} = 0.0446074$, dan $\hat{\sigma} = 0.0386497$. Selanjutnya, tingkat bunga model CIR dibangkitkan untuk periode September 2016 hingga September 2023 menggunakan aplikasi RStudio dengan nilai parameter dugaan yang sudah diperoleh dan akurasi model dihitung menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Hasil MAPE yang diperoleh sebesar 6.48%. Hasil tersebut memiliki nilai kurang dari

10%, artinya tingkat bunga model BI7DRR dapat dimodelkan dengan baik oleh model CIR. Kemudian, dilakukan simulasi peramalan tingkat bunga model CIR sehingga diperoleh data tingkat bunga dari September 2022 hingga bulan September 2096 yang ditampilkan pada Gambar 1.



Gambar 1 Grafik data tingkat bunga model CIR dari September 2022 sampai September 2096

Tingkat bunga model CIR pada Gambar 1 digunakan untuk simulasi asuransi jiwa *joint life* untuk tiga orang tertanggung. $r(t)$ adalah tingkat bunga pada interval waktu $t - 1$ sampai t yang diasumsikan konstan pada interval waktu tersebut. Data dari Gambar 1 berjumlah 75 buah data, di mana data pertama adalah data tingkat bunga BI7DRR pada Bulan September 2022 sebesar 0.0425 selanjutnya merupakan data simulasi tingkat bunga model CIR Bulan September 2096. Data yang dipakai dalam penghitungan asuransi jiwa *joint life* adalah data kedua sampai data ke-75, sehingga data yang digunakan sebanyak 74 buah data.

4.3 Kontrak Asuransi Jiwa *Joint Life* untuk Tiga Orang Tertanggung

Dalam penentuan premi asuransi jiwa *joint life*, digunakan data tingkat bunga model CIR, data peluang kematian berdasarkan Tabel Mortalitas Indonesia 2019, dan prinsip kesetaraan. Asuransi jiwa *joint life* memiliki kontrak yang harus diikuti oleh pihak peserta dan pihak perusahaan asuransi. Kontrak dari pembayaran premi asuransi jiwa tersebut adalah premi dibayarkan sebesar P setiap awal tahun dengan asumsi tiga peserta masih hidup dan tidak ada peserta yang mengundurkan diri. Asuransi jiwa ini melibatkan anak pertama laki-laki (x), anak kedua perempuan (y), dan anak ketiga laki-laki (z). Penjelasan kontrak untuk manfaat asuransi jiwa *joint life* adalah sebagai berikut:

- a) Jika peserta asuransi dengan usia x , y , dan z masih hidup sampai $n = 10$ tahun, maka ketiganya akan mendapatkan manfaat sebesar Q dan kontrak asuransi berakhir.

- b) Jika salah satu peserta meninggal sebelum n tahun dan peserta lainnya masih hidup sampai n tahun, maka pembayaran premi selanjutnya setelah tahun kematian tidak dibayar, lalu peserta yang hidup akan menerima manfaat di awal tahun saat tahun ke- n sampai satu di antara dua peserta yang hidup meninggal. Misalkan jika (x) meninggal sebelum tahun kesepuluh, sedangkan (y) dan (z) masih hidup sampai tahun kesepuluh, maka pembayaran premi selanjutnya tidak dibayar, lalu (y) dan (z) dari tahun kesepuluh akan menerima manfaat sebesar R_{yz} di awal tahun sampai y atau z meninggal.
- c) Jika dua peserta meninggal sebelum n tahun dan satu peserta masih hidup sampai n tahun, maka premi selanjutnya tidak dibayar, lalu peserta yang hidup akan menerima manfaat di awal tahun mulai tahun ke- n selama peserta tersebut masih hidup. Misalkan jika (x) dan (y) meninggal sebelum tahun kesepuluh, sedangkan (z) masih hidup sampai tahun kesepuluh, maka pembayaran premi selanjutnya tidak dibayar, lalu (z) dari tahun kesepuluh akan menerima manfaat sebesar R_z di awal tahun selama masih hidup.

4.4 Penentuan Premi Asuransi Jiwa *Joint life* untuk Tiga Orang Tertanggung

Langkah-langkah yang dilakukan untuk menentukan premi bersih dari asuransi jiwa *joint life* dengan $n = 10$ untuk individu $x, y,$ dan z :

- a) Menentukan faktor diskonto selama masa kontrak asuransi berlaku dengan menggunakan hasil data simulasi CIR sebagai

$$v_t = \prod_{k=1}^t (1 + r(k))^{-1}, \quad t = 1, 2, \dots, 74.$$

- b) Menentukan nilai sekarang dari pendapatan premi tahunan dari asuransi jiwa *joint life* tiga orang sampai n tahun dapat dirumuskan sebagai

$$P \alpha \tag{1}$$

dengan $\alpha = 1 + v_1 p_{xyz} + v_2 {}_2p_{xyz} + \dots + v_{n-1} {}_{n-1}p_{xyz}$.

- c) Nilai sekarang dari manfaat yang dibayarkan oleh pihak penanggung jika peserta asuransi dengan usia x, y dan z masih hidup sampai n tahun dirumuskan sebagai

$$Q (v_n {}_n p_{x,y,z}). \tag{2}$$

- d) Nilai sekarang dari manfaat yang dibayarkan oleh pihak penanggung jika salah satu peserta meninggal sebelum n tahun dan peserta lainnya masih hidup sampai n tahun dirumuskan sebagai

$$\begin{aligned}
& R_{yz} (v_n \, {}_n p_{yz} + v_{n+1} \, {}_{n+1} p_{yz} + v_{n+2} \, {}_{n+2} p_{yz} \dots) \, {}_n q_x + \\
& R_{xz} (v_n \, {}_n p_{xz} + v_{n+1} \, {}_{n+1} p_{xz} + v_{n+2} \, {}_{n+2} p_{xz} + \dots) \, {}_n q_y + \\
& R_{xy} (v_n \, {}_n p_{xy} + v_{n+1} \, {}_{n+1} p_{xy} + v_{n+2} \, {}_{n+2} p_{xy} + \dots) \, {}_n q_z.
\end{aligned} \tag{3}$$

- e) Nilai sekarang dari manfaat yang dibayarkan oleh pihak penanggung jika dua peserta meninggal sebelum n tahun dan satu peserta masih hidup sampai n tahun dirumuskan sebagai

$$\begin{aligned}
& R_z (v_n \, {}_n p_z + v_{n+1} \, {}_{n+1} p_z + v_{n+2} \, {}_{n+2} p_z + \dots) \, {}_n q_{\overline{xy}} + \\
& R_y (v_n \, {}_n p_y + v_{n+1} \, {}_{n+1} p_y + v_{n+2} \, {}_{n+2} p_y + \dots) \, {}_n q_{\overline{xz}} + \\
& R_x (v_n \, {}_n p_x + v_{n+1} \, {}_{n+1} p_x + v_{n+2} \, {}_{n+2} p_x + \dots) \, {}_n q_{\overline{yz}}.
\end{aligned} \tag{4}$$

- f) Nilai sekarang dari manfaat yang dibayarkan oleh pihak penanggung adalah penjumlahan persamaan (2), (3), dan (4) sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
Q \beta + R_{yz} \gamma_1 \, {}_n q_x + R_{xz} \gamma_2 \, {}_n q_y + R_{xy} \gamma_3 \, {}_n q_z + R_z v_1 \, {}_n q_{\overline{xy}} \\
+ R_y v_2 \, {}_n q_{\overline{xz}} + R_x v_3 \, {}_n q_{\overline{yz}},
\end{aligned} \tag{5}$$

dengan

$$\begin{aligned}
\beta &= v_n \, {}_n p_{x,y,z} \\
\gamma_1 &= v_n \, {}_n p_{yz} + v_{n+1} \, {}_{n+1} p_{yz} + v_{n+2} \, {}_{n+2} p_{yz} \dots \\
\gamma_2 &= v_n \, {}_n p_{xz} + v_{n+1} \, {}_{n+1} p_{xz} + v_{n+2} \, {}_{n+2} p_{xz} + \dots \\
\gamma_3 &= v_n \, {}_n p_{xy} + v_{n+1} \, {}_{n+1} p_{xy} + v_{n+2} \, {}_{n+2} p_{xy} + \dots \\
v_1 &= v_n \, {}_n p_z + v_{n+1} \, {}_{n+1} p_z + v_{n+2} \, {}_{n+2} p_z + \dots \\
v_2 &= v_n \, {}_n p_y + v_{n+1} \, {}_{n+1} p_y + v_{n+2} \, {}_{n+2} p_y + \dots \\
v_3 &= v_n \, {}_n p_x + v_{n+1} \, {}_{n+1} p_x + v_{n+2} \, {}_{n+2} p_x + \dots
\end{aligned}$$

- g) Dengan memanfaatkan prinsip kesetaraan, besarnya nilai sekarang dari pendapatan premi tahunan pada persamaan (1) dengan nilai sekarang dari manfaat yang dibayarkan pada persamaan (5) dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
P \alpha = Q \beta + R_{yz} \gamma_1 \, {}_n q_x + R_{xz} \gamma_2 \, {}_n q_y + R_{xy} \gamma_3 \, {}_n q_z + \\
R_z v_1 \, {}_n q_{\overline{xy}} + R_y v_2 \, {}_n q_{\overline{xz}} + R_x v_3 \, {}_n q_{\overline{yz}}.
\end{aligned} \tag{6}$$

Dengan demikian, dapat diformulasikan premi tahunan asuransi jiwa *joint life* asuransi jiwa *joint life* untuk individu (x), (y), dan (z) ialah

$$\begin{aligned}
P = \frac{1}{\alpha} (Q \beta + R_{yz} \gamma_1 \, {}_n q_x + R_{xz} \gamma_2 \, {}_n q_y + R_{xy} \gamma_3 \, {}_n q_z + \\
R_z v_1 \, {}_n q_{\overline{xy}} + R_y v_2 \, {}_n q_{\overline{xz}} + R_x v_3 \, {}_n q_{\overline{yz}}).
\end{aligned} \tag{7}$$

4.5 Nilai Polis Asuransi Jiwa *Joint Life* untuk Tiga Orang Tertanggung

Pada karya ilmiah ini ditentukan formula nilai polis asuransi jiwa *joint life* untuk tiga orang tertanggung berdasarkan kontrak asuransi yang telah disebutkan sebelumnya. Prinsip kesetaraan digunakan pada penghitungan formula nilai polis. Penghitungan nilai polis dibedakan menjadi tiga kejadian nilai polis yaitu nilai polis ketika semua peserta asuransi jiwa masih hidup, nilai polis ketika hanya dua peserta asuransi jiwa yang masih hidup, serta nilai polis ketika satu peserta asuransi jiwa yang masih hidup.

1. Nilai Polis Ketika Semua Peserta Asuransi Jiwa Masih Hidup

Nilai polis apabila semua peserta asuransi jiwa hidup sampai tahun ke- t untuk $t = 0$, maka dari formula tersebut diperoleh:

$$\begin{aligned}
 {}_0V_{x,y,z} &= \text{APV}(\text{FB pada}(0, \infty)) - \text{APV}(\text{FP pada}[0, \infty)) \\
 &= Q v_n n p_{x,y,z} + R_{yz} n q_x \left(\sum_{k=n}^{\infty} v_k k p_{y,z} \right) + R_{xz} n q_y \left(\sum_{k=n}^{\infty} v_k k p_{x,z} \right) \\
 &\quad + R_{xy} n q_z \left(\sum_{k=n}^{\infty} v_k k p_{x,y} \right) + R_z n q_{\bar{x},\bar{y}} \left(\sum_{k=n}^{\infty} v_k k p_z \right) + R_y n q_{\bar{x},\bar{z}} \\
 &\quad \left(\sum_{k=n}^{\infty} v_k k p_y \right) + R_x n q_{\bar{y},\bar{z}} \left(\sum_{k=n}^{\infty} v_k k p_x \right) - P \left(\sum_{k=t}^{n-1} v_k k p_{x,y,z} \right) \\
 &= Q \beta + R_{yz} n q_x \gamma_1 + R_{xz} n q_y \gamma_2 + R_{xy} n q_z \gamma_3 + R_z n q_{\bar{x},\bar{y}} v_1 + \\
 &\quad R_y n q_{\bar{x},\bar{z}} v_2 + R_x n q_{\bar{y},\bar{z}} v_3 - P \alpha \\
 &= 0.
 \end{aligned}$$

Nilai polis apabila semua peserta asuransi jiwa hidup sampai tahun ke- t untuk $t < n$ dengan n lama pembayaran premi bersih serta t dimulai dari satu, maka dari formula tersebut diperoleh:

$$\begin{aligned}
 {}_tV_{x,y,z} &= \text{APV}(\text{FB pada}(t, \infty)) - \text{APV}(\text{FP pada}[t, \infty)) \\
 &= Q \frac{v_n}{v_t} n-t p_{x+t,y+t,z+t} + R_{yz} n-t q_{x+t} \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} k-t p_{y+t,z+t} \right) + \\
 &\quad R_{xz} n-t q_{y+t} \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} k-t p_{x+t,z+t} \right) + R_{xy} n-t q_{z+t} \\
 &\quad \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} k-t p_{x+t,y+t} \right) + R_z n-t q_{\bar{x}+t,\bar{y}+t} \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} k-t p_{z+t} \right) + \\
 &\quad R_y n-t q_{\bar{x}+t,\bar{z}+t} \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} k-t p_{y+t} \right) + R_x n-t q_{\bar{y}+t,\bar{z}+t} \\
 &\quad \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} k-t p_{x+t} \right) - P \left(\sum_{k=t}^{n-1} \frac{v_k}{v_t} k-t p_{x+t,y+t,z+t} \right).
 \end{aligned}$$

Q adalah manfaat yang diberikan kepada (x), (y), dan (z), $R_{y,z}$ adalah manfaat yang diberikan kepada (y) dan (z), $R_{x,z}$ adalah manfaat yang diberikan kepada (x) dan (z), $R_{x,y}$ adalah manfaat yang diberikan kepada (x) dan (y), R_z adalah manfaat yang diberikan kepada (z), R_y adalah manfaat yang diberikan kepada (y), R_x adalah manfaat yang diberikan kepada (x), dan P adalah pembayaran premi dari peserta asuransi jiwa.

2. Nilai Polis Ketika Hanya Dua Peserta Asuransi Jiwa yang Masih Hidup

Nilai polis apabila (x) meninggal, sedangkan (y) dan (z) hidup pada tahun ke- t untuk $t < n$ dengan n lama pembayaran premi bersih, maka dari persamaan tersebut diperoleh:

$${}_tV_{(y,z)} = R_{yz} \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-t}p_{y+t} {}_{k-t}p_{z+t} \right) + R_z {}_{n-t}q_{y+t} \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-t}p_{z+t} \right) \\ + R_y {}_{n-t}q_{z+t} \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-t}p_{y+t} \right) - 0.$$

Selanjutnya, formula nilai polis diperoleh apabila (x) meninggal, sedangkan (y) dan (z) hidup pada tahun ke- t untuk $t = n$ dengan n lama pembayaran premi bersih sebagai:

$${}_nV_{(y,z)} = R_{yz} \left(\sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{v_k}{v_n} {}_{k-n}p_{y+n} {}_{k-n}p_{z+n} \right) - 0.$$

Selanjutnya, formula nilai polis diperoleh apabila (x) meninggal, sedangkan (y) dan (z) hidup pada tahun ke- t untuk $t > n$ dengan n lama pembayaran premi bersih sebagai:

$${}_tV_{(y,z)} = R_{yz} \left(\sum_{k=t+1}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-t}p_{y+t} {}_{k-t}p_{z+t} \right) - 0.$$

Nilai polis apabila (y) meninggal, sedangkan (x) dan (z) hidup pada tahun ke- t untuk $t < n$ dengan n lama pembayaran premi bersih, maka dari persamaan berikut diperoleh:

$${}_tV_{(x,z)} = R_{xz} \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-t}p_{x+t} {}_{k-t}p_{z+t} \right) + R_z {}_{n-t}q_{x+t} \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-t}p_{z+t} \right) \\ + R_x {}_{n-t}q_{z+t} \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-t}p_{x+t} \right) - 0.$$

Selanjutnya, formula nilai polis diperoleh apabila (y) meninggal sedangkan (x) dan (z) hidup pada tahun ke- t untuk $t = n$ dengan n lama pembayaran premi bersih sebagai:

$${}_nV_{(x,z)} = R_{xz} \left(\sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{v_k}{v_n} {}_{k-n}p_{x+n} {}_{k-n}p_{z+n} \right) - 0.$$

Selanjutnya, formula nilai polis diperoleh apabila (y) meninggal, sedangkan (x) dan (z) hidup pada tahun ke- t untuk $t > n$ dengan n lama pembayaran premi bersih sebagai:

$${}_tV_{(x,z)} = R_{yz} \left(\sum_{k=t+1}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-t}p_{x+t} {}_{k-t}p_{z+t} \right) - 0.$$

Nilai polis apabila (z) meninggal, sedangkan (x) dan (y) hidup pada tahun ke- t untuk $t < n$ dengan n lama pembayaran premi bersih, maka dari persamaan berikut diperoleh:

$${}_tV_{(x,y)} = R_{xz} \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-t}p_{x+t} {}_{k-t}p_{y+t} \right) + R_y {}_{n-t}q_{x+t} \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-t}p_{y+t} \right) + R_x {}_{n-t}q_{y+t} \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-t}p_{x+t} \right) - 0.$$

Selanjutnya, formula nilai polis diperoleh apabila (z) meninggal sedangkan (x) dan (y) hidup pada tahun ke- t untuk $t = n$ dengan n lama pembayaran premi bersih sebagai:

$${}_nV_{(x,y)} = R_{xy} \left(\sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{v_k}{v_n} {}_{k-n}p_{x+n} {}_{k-n}p_{y+n} \right) - 0.$$

Selanjutnya, formula nilai polis diperoleh apabila (y) meninggal, sedangkan (x) dan (z) hidup pada tahun ke- t untuk $t > n$ dengan n lama pembayaran premi bersih sebagai:

$${}_tV_{(x,y)} = R_{xy} \left(\sum_{k=t+1}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-t}p_{x+t} {}_{k-t}p_{y+t} \right) - 0.$$

1. Nilai Polis Ketika Hanya Satu Peserta Asuransi Jiwa yang Masih Hidup

Nilai polis apabila (x) dan (y) meninggal, sedangkan (z) hidup pada tahun ke- t untuk $t < n$ dengan n lama pembayaran premi bersih, maka dari persamaan tersebut diperoleh:

$${}_tV_{(z)} = R_z \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-t}p_{z+t} \right) - 0.$$

Selanjutnya, formula nilai polis diperoleh apabila (x) dan (y) meninggal, sedangkan (z) hidup pada tahun ke- t untuk $t = n$ dengan n lama pembayaran premi bersih sebagai:

$${}_nV_{(z)} = R_z \left(\sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-n}p_{z+n} \right) - 0.$$

Selanjutnya, formula nilai polis diperoleh apabila (x) dan (y) meninggal, sedangkan (z) hidup pada tahun ke- t untuk $t > n$ dengan n lama pembayaran premi bersih sebagai:

$${}_tV_{(z)} = R_z \left(\sum_{k=t+1}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-t}p_{z+t} \right) - 0.$$

Nilai polis apabila (x) dan (z) meninggal, sedangkan (y) hidup pada tahun ke- t untuk $t < n$ dengan n lama pembayaran premi bersih, maka dari persamaan tersebut diperoleh:

$${}_tV_{(y)} = R_y \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-t}p_{y+t} \right) - 0.$$

Selanjutnya, formula nilai polis diperoleh apabila (x) dan (z) meninggal, sedangkan (y) hidup pada tahun ke- t untuk $t = n$ dengan n lama pembayaran premi bersih sebagai:

$${}_nV_{(y)} = R_y \left(\sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-n}p_{y+n} \right) - 0.$$

Selanjutnya, formula nilai polis diperoleh apabila (x) dan (z) meninggal, sedangkan (y) hidup pada tahun ke- t untuk $t > n$ dengan n lama pembayaran premi bersih sebagai:

$${}_tV_{(y)} = R_y \left(\sum_{k=t+1}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-t}p_{y+t} \right) - 0.$$

$\left(\sum_{k=t+1}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-t}p_{y+t} \right)$ merupakan nilai sekarang aktuarial dari manfaat seumur hidup yang dibayarkan di setiap awal tahun mulai tahun ke- $(t + 1)$ untuk peserta berusia $y + t$.

Nilai polis apabila (y) dan (z) meninggal, sedangkan (x) hidup pada tahun ke- t untuk $t < n$ dengan n lama pembayaran premi bersih, maka dari persamaan tersebut diperoleh:

$${}_tV_{(x)} = R_x \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-t}p_{x+t} \right) - 0.$$

Selanjutnya, formula nilai polis diperoleh apabila (y) dan (z) meninggal, sedangkan (x) hidup pada tahun ke- t untuk $t = n$ dengan n lama pembayaran premi bersih sebagai:

$${}_nV_{(x)} = R_x \left(\sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-n}p_{x+n} \right) - 0.$$

Selanjutnya, formula nilai polis diperoleh apabila (y) dan (z) meninggal, sedangkan (x) hidup pada tahun ke- t untuk $t > n$ dengan n lama pembayaran premi bersih sebagai:

$${}_tV_{(x)} = R_x \left(\sum_{k=t+1}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-t}p_{x+t} \right) - 0.$$

$\left(\sum_{k=t+1}^{\infty} \frac{v_k}{v_t} {}_{k-t}p_{x+t}\right)$ merupakan nilai sekarang aktuarial dari manfaat seumur hidup yang dibayarkan di setiap awal tahun mulai tahun ke- $(t + 1)$ untuk peserta berusia $x + t$.

4.6 Cadangan Manfaat Asuransi Jiwa *Joint Life* untuk Tiga Orang Tertanggung

Formula cadangan manfaat asuransi jiwa *joint life* ini ditentukan berdasarkan gabungan dari tiga kejadian nilai polis sebelumnya. Metode penghitungan cadangan manfaat yang digunakan adalah metode prospektif. Penghitungan cadangan manfaat asuransi jiwa *joint life* untuk tiga orang tertanggung dengan tingkat bunga model CIR dapat dirumuskan sebagai berikut.

- a) Jika $t < n$, di mana n adalah lama pembayaran premi bersih dan t dimulai dari satu, maka

$${}_tV = ({}_tV_{(x,y,z)} {}_t p_{x,y,z} + {}_tV_{(y,z)} {}_t q_x {}_t p_{y,z} + {}_tV_{(x,z)} {}_t q_y {}_t p_{x,z} + {}_tV_{(x,y)} {}_t q_z {}_t p_{x,y} + {}_tV_{(z)} {}_t q_{\overline{x,y}} {}_t p_z + {}_tV_{(y)} {}_t q_{\overline{x,z}} {}_t p_y + {}_tV_{(x)} {}_t q_{\overline{y,z}} {}_t p_x) \div ({}_t p_{x,y,z} + {}_t q_x {}_t p_{y,z} + {}_t q_y {}_t p_{x,z} + {}_t q_z {}_t p_{x,y} + {}_t q_{\overline{x,y}} {}_t p_z + {}_t q_{\overline{x,z}} {}_t p_y + {}_t q_{\overline{y,z}} {}_t p_x).$$

- b) Jika $t = n$, di mana n adalah lama pembayaran premi bersih, maka

$${}_nV = ({}_nV_{(y,z)} {}_n q_x {}_n p_{y,z} + {}_nV_{(x,z)} {}_n q_y {}_n p_{x,z} + {}_nV_{(x,y)} {}_n q_z {}_n p_{x,y} + {}_nV_{(z)} {}_n q_{\overline{x,y}} {}_n p_z + {}_nV_{(y)} {}_n q_{\overline{x,z}} {}_n p_y + {}_nV_{(x)} {}_n q_{\overline{y,z}} {}_n p_x) \div ({}_n q_x {}_n p_{y,z} + {}_n q_y {}_n p_{x,z} + {}_n q_z {}_t p_{x,y} + {}_n q_{\overline{x,y}} {}_n p_z + {}_n q_{\overline{x,z}} {}_n p_y + {}_n q_{\overline{y,z}} {}_n p_x).$$

- c) Jika $t > n$, di mana n adalah lama pembayaran premi bersih, maka

$${}_tV = ({}_tV_{(y,z)} {}_n q_x {}_t p_{y,z} + {}_tV_{(x,z)} {}_n q_y {}_t p_{x,z} + {}_tV_{(x,y)} {}_n q_z {}_t p_{x,y} + {}_tV_{(z)} {}_n q_{\overline{x,y}} {}_t p_z + {}_tV_{(y)} {}_n q_{\overline{x,z}} {}_t p_y + {}_tV_{(x)} {}_n q_{\overline{y,z}} {}_t p_x) \div ({}_n q_x {}_t p_{y,z} + {}_n q_y {}_t p_{x,z} + {}_n q_z {}_t p_{x,y} + {}_n q_{\overline{x,y}} {}_t p_z + {}_n q_{\overline{x,z}} {}_t p_y + {}_n q_{\overline{y,z}} {}_t p_x).$$

4.7 Ilustrasi Numerik

Diasumsikan terdapat lima kelompok usia pendaftaran peserta asuransi jiwa *joint life* untuk anak pertama laki-laki, anak kedua perempuan, dan anak ketiga laki-laki dimulai dari usia $x = 61$, $y = 57$, dan $z = 37$ sampai dengan usia $x = 65$, $y = 61$, dan $z = 41$. Kelompok peserta tersebut terdiri dari:

- Kelompok pertama mendaftarkan asuransi jiwa pada umur 61, 57, dan 37.
- Kelompok kedua mendaftarkan asuransi jiwa pada umur 62, 58, dan 38.
- Kelompok ketiga mendaftarkan asuransi jiwa pada umur 63, 59, dan 39.

- d) Kelompok keempat mendaftarkan asuransi jiwa pada umur 64, 60, dan 40.
 e) Kelompok kelima mendaftarkan asuransi jiwa pada umur 65, 61, dan 41.

Manfaat dari asuransi jiwa *joint life* untuk anggota keluarga yang terdiri anak pertama laki-laki, anak kedua perempuan, dan anak ketiga laki-laki dinotasikan $Q = 5$ satuan, $R_{yz} = R_{xz} = R_{xy} = 2$ satuan, dan $R_x = R_z = R_y = 1$ satuan. Penentuan premi asuransi jiwa untuk kelompok keluarga berumur $x = 61$, $y = 57$, dan $z = 37$ menggunakan persamaan (7) dapat ditulis sebagai:

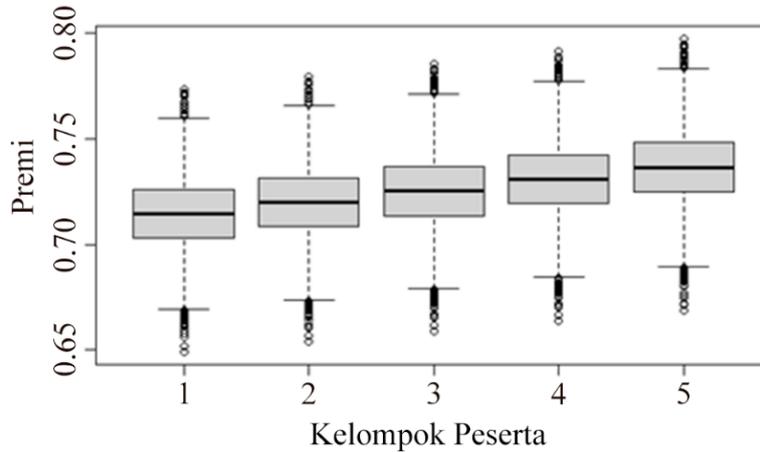
$$P = \frac{1}{\alpha} \left(Q \beta + R_{57,37} \gamma_1 {}_nq_{61} + R_{61,37} \gamma_2 {}_nq_{57} + R_{61,57} \gamma_3 {}_nq_{37} + R_{37} v_1 {}_nq_{61,57} + R_{57} v_2 {}_nq_{61,37} + R_{61} v_3 {}_nq_{57,37} \right)$$

sehingga harga premi yang harus dibayarkan oleh anggota keluarga tersebut adalah

$$P = 0.7223179.$$

Premi bersih asuransi jiwa *joint life* tiga orang tertanggung disimulasikan oleh aplikasi RStudio dengan iterasi sebanyak 10000 kali. Iterasi tersebut menghasilkan premi bersih yang berbeda-beda di setiap iterasinya. Hal tersebut dikarenakan $\varepsilon \sim N(0, 1)$ yang terdapat pada simulasi tingkat bunga model CIR. Hasil premi bersih asuransi jiwa *joint life* tiga orang tertanggung tingkat bunga model CIR untuk kelompok lainnya digambarkan oleh Gambar 2.

Umur kelompok saat mendaftar sebagai peserta asuransi jiwa memengaruhi nilai premi bersih asuransi jiwa. Apabila semakin tua umur peserta saat mendaftar asuransi jiwa maka pembayaran premi bersih semakin tinggi. Hal tersebut terjadi karena besarnya peluang meninggal kelompok peserta di umur tua yang menyebabkan tingginya pembayaran premi bersih. Selanjutnya adalah menampilkan data ringkasan berupa nilai minimum, nilai kuartil pertama, nilai rata-rata, nilai kuartil ketiga, dan nilai maksimum bagi premi bersih asuransi jiwa *joint life* untuk tiga orang tertanggung yang dapat dilihat pada Tabel 2. Nilai jangkauan premi bersih adalah pengurangan dari nilai maksimum premi bersih terhadap nilai minimum premi bersih. Nilai jangkauan premi bersih dari kelompok peserta pertama sampai kelompok kelima ini adalah 0.1243229, 0.1254774, 0.1266797, 0.1279132, dan 0.1291413. Berdasarkan Tabel 2 dan nilai jangkauan premi bersih, dapat dilihat bahwa semakin tua kelompok peserta yang mulai mengikuti asuransi jiwa, maka semakin besar data ringkasan dan nilai jangkauan premi bersih. Hal tersebut sesuai dengan grafik *boxplot* yang terdapat pada Gambar 2.



Gambar 2. Grafik *boxplot* nilai premi bersih asuransi jiwa *joint life* untuk tiga orang tertanggung.

Tabel 2. Data ringkasan bagi premi bersih asuransi jiwa *joint life* untuk tiga orang tertanggung.

Kelompok peserta	Data ringkasan				
	Minimum	Kuartil pertama	Rata-rata	Kuartil ketiga	Maksimum
1	0.6493104	0.7032275	0.7143847	0.7260775	0.7736333
2	0.6539570	0.7084110	0.7196564	0.7314170	0.7794344
3	0.6587757	0.7137921	0.7251291	0.7369717	0.7854553
4	0.6636964	0.7192989	0.7307246	0.7426746	0.7916095
5	0.6685569	0.7247483	0.7362622	0.7483475	0.7976982

Selanjutnya, dihitung cadangan manfaat tahunan asuransi jiwa *joint life* tersebut. Penghitungan cadangan manfaat tersebut menggunakan data tingkat bunga model CIR sebanyak 74 data ($N = 74$), Tabel Mortalitas Indonesia 2019, dan rata-rata pembayaran premi setiap kelompok usia. Manfaat dari asuransi jiwa *joint life* untuk anggota keluarga yang terdiri anak pertama laki-laki, anak kedua perempuan, dan anak ketiga laki-laki dinotasikan $Q = 5$ satuan, $R_{yz} = R_{xz} = R_{xy} = 2$ satuan, dan $R_x = R_z = R_y = 1$ satuan. Cadangan manfaat asuransi jiwa *joint life* untuk kelompok peserta pertama dibedakan menjadi tiga kejadian yang ditulis sebagai berikut:

- a) Jika $t < n$, di mana $n = 10$ adalah lama pembayaran premi bersih dan t dimulai dari satu, maka

$${}_1V = ({}_1V_{61,57,37} {}_1p_{61,57,37} + {}_1V_{57,37} {}_1q_{61} {}_1p_{57,37} + {}_1V_{61,37} {}_1q_{57} {}_1p_{61,37}$$

$$\begin{aligned}
& + {}_1V_{61,57} {}_1q_{37} {}_1p_{61,57} + {}_1V_{37} {}_1q_{\overline{61,57}} {}_1p_{37} + {}_1V_{57} {}_1q_{\overline{61,37}} {}_1p_{57} + \\
& {}_1V_{61} {}_1q_{\overline{57,37}} {}_1p_{61} \div ({}_1p_{61,57,37} + {}_1q_{61} {}_1p_{57,37} + {}_1q_{57} {}_1p_{61,37} + \\
& {}_1q_{37} {}_1p_{61,57} + {}_1q_{\overline{61,57}} {}_1p_{37} + {}_1q_{\overline{61,37}} {}_1p_{57} + {}_1q_{\overline{57,37}} {}_1p_{61}) \\
& = 11.93573.
\end{aligned}$$

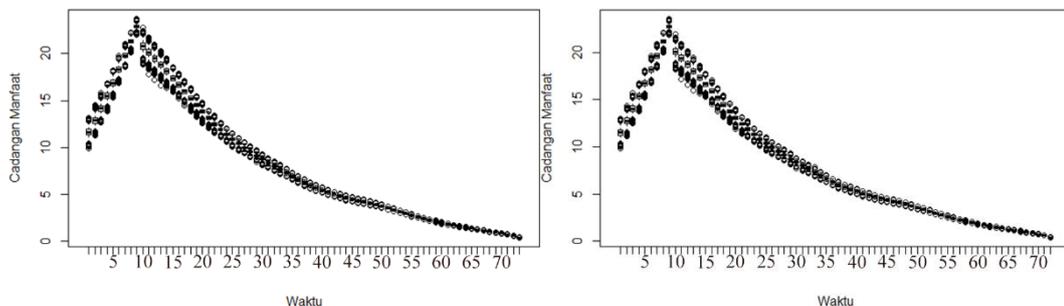
b) Jika $t = n$, maka

$$\begin{aligned}
{}_{10}V & = ({}_{10}V_{57,37} {}_{10}q_{61} {}_{10}p_{57,37} + {}_{10}V_{61,37} {}_{10}q_{57} {}_{10}p_{61,37} + \\
& {}_{10}V_{61,57} {}_{10}q_{37} {}_{10}p_{61,57} + {}_{10}V_{37} {}_{10}q_{\overline{61,57}} {}_{10}p_{37} + \\
& {}_{10}V_{57} {}_{10}q_{\overline{61,37}} {}_{10}p_{57} + {}_{10}V_{61} {}_{10}q_{\overline{57,37}} {}_{10}p_{61}) \div ({}_{10}q_{61} {}_{10}p_{57,37} + \\
& {}_{10}q_{57} {}_{10}p_{61,37} + {}_{10}q_{37} {}_{10}p_{61,57} + {}_{10}q_{\overline{61,57}} {}_{10}p_{37} + {}_{10}q_{\overline{61,37}} {}_{10}p_{57} + \\
& {}_{10}q_{\overline{57,37}} {}_{10}p_{61}) \\
& = 20.5077.
\end{aligned}$$

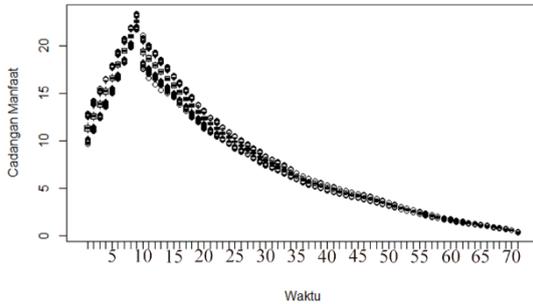
c) Jika $t > n$, maka

$$\begin{aligned}
{}_{11}V & = ({}_{11}V_{57,37} {}_{11}q_{61} {}_{11}p_{57,37} + {}_{11}V_{61,37} {}_{11}q_{57} {}_{11}p_{61,37} + \\
& {}_{11}V_{61,57} {}_{11}q_{37} {}_{11}p_{61,57} + {}_{11}V_{37} {}_{11}q_{\overline{61,57}} {}_{11}p_{37} + \\
& {}_{11}V_{57} {}_{11}q_{\overline{61,37}} {}_{11}p_{57} + {}_{11}V_{61} {}_{11}q_{\overline{57,37}} {}_{11}p_{61}) \div ({}_{10}q_{61} {}_{11}p_{57,37} + \\
& {}_{10}q_{57} {}_{11}p_{61,37} + {}_{10}q_{37} {}_{11}p_{61,57} + {}_{10}q_{\overline{61,57}} {}_{11}p_{37} + {}_{10}q_{\overline{61,37}} {}_{11}p_{57} + \\
& {}_{10}q_{\overline{57,37}} {}_{11}p_{61}) \\
& = 19.51619.
\end{aligned}$$

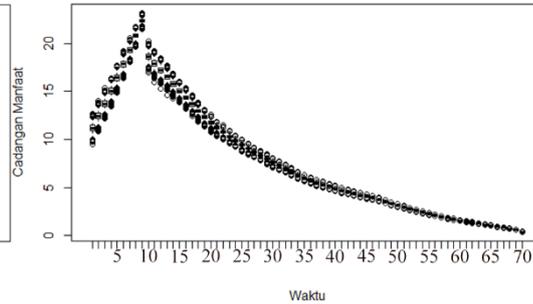
Penghitungan cadangan manfaat asuransi jiwa *joint life* dengan tingkat bunga model CIR yang diiterasi sebanyak 10000 kali dimulai dari kelompok peserta umur pertama sampai kelompok peserta umur kelima apabila salah satu orang meninggal sedangkan dua orang lainnya masih hidup dapat dilihat pada Gambar 3. Cadangan manfaat untuk kelompok peserta pertama sampai kelompok peserta kelima memiliki durasi waktu berturut-turut 73 tahun, 72 tahun, 71 tahun, 70 tahun dan 69 tahun. Premi yang digunakan pada cadangan manfaat lima kelompok tersebut adalah 0.7143847, 0.7196564, 0.7251291, 0.7307246, dan 0.7362622. Nilai tersebut adalah rata-rata premi bersih asuransi jiwa *joint life* untuk tiga orang tertanggung yang bisa dilihat pada Tabel 3.



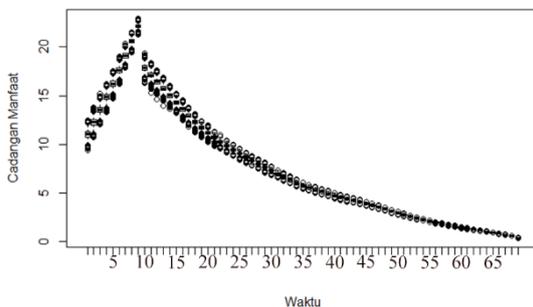
(a) Kelompok Pertama (61, 57, 37)



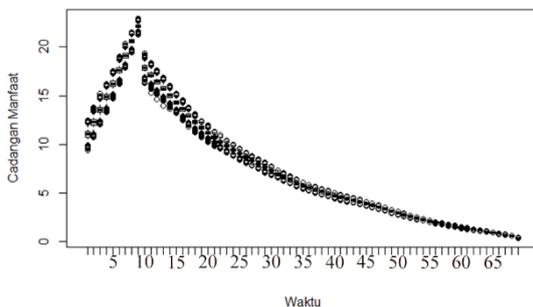
(b) Kelompok Kedua (62, 58, 38)



(c) Kelompok Ketiga (63, 59, 39)



(d) Kelompok Keempat (64, 60, 40)



(e) Kelompok Kelima (65, 61, 41)

Gambar 3. Grafik cadangan manfaat asuransi jiwa *joint life* tiga orang tertanggung dengan tingkat bunga model CIR

Pada Gambar 3 terlihat bahwa pada $t = 10$ memiliki nilai yang berbeda signifikan dengan $t = 9$. Hal tersebut terjadi dikarenakan pada $t = 10$ pihak penanggung telah melewati kewajiban membayarkan manfaat ketika kelompok peserta asuransi masih hidup. Grafik cadangan manfaat pada kelompok peserta pertama memiliki nilai tertinggi dari keempat kelompok peserta asuransi jiwa. Grafik cadangan manfaat pada kelompok peserta kelima memiliki nilai terendah dari keempat kelompok peserta asuransi jiwa. Berdasarkan Gambar 3, dapat disimpulkan bahwa semakin tua umur kelompok peserta mendaftar, maka semakin kecil nilai cadangan manfaat sedangkan semakin muda umur kelompok peserta mendaftar maka semakin besar nilai cadangan manfaat.

5 Simpulan

Tingkat bunga BI7DRR pada September 2016 sampai dengan September 2022 dapat dimodelkan dengan baik oleh model CIR dengan MAPE 6.48%, sehingga dilakukan simulasi tingkat bunga model CIR untuk periode September 2023 sampai September 2096. Hasil simulasi tingkat bunga model CIR digunakan untuk melakukan simulasi penentuan premi asuransi jiwa *joint life* untuk tiga orang

tertanggung. Hasil yang diperoleh ialah nilai premi asuransi jiwa *joint life* untuk tiga orang tertanggung berbanding lurus dengan usia kelompok peserta pada saat mendaftar asuransi. Kelompok peserta asuransi yang usianya lebih tua mendapatkan nilai premi lebih tinggi dari pada kelompok peserta usia muda. Hal tersebut dikarenakan peluang kematian pada waktu pembayaran premi untuk kelompok peserta tua lebih besar dari pada kelompok peserta muda. Berbeda dengan premi, besar cadangan manfaat asuransi jiwa *joint life* untuk tiga orang tertanggung berbanding terbalik dengan usia kelompok peserta pada saat mendaftar asuransi. Kelompok peserta asuransi yang usianya lebih tua mendapatkan nilai cadangan manfaat lebih rendah dari pada kelompok peserta usia muda. Hal tersebut dikarenakan peluang hidup pada waktu pembayaran manfaat untuk kelompok peserta usia tua lebih kecil dari pada kelompok peserta usia muda.

Daftar Pustaka

- [1] [AAJI] Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia. 2019. *Tabel Mortalitas Indonesia 2019*. Jakarta (ID): AAJI.
- [2] Adam R. 2019. *Penentuan Tingkat Bunga dan Harga Obligasi Ritel Indonesia (ORI) Menggunakan Model-model Stokastik* [tesis]. Bogor (ID): Institut Pertanian Bogor.
- [3] Bowers NL, Gerber HU, Hickman JC, Jones DA, Nesbitt CJ. 1997. *Actuarial Mathematics Second Edition*. Illinois (US): Society Of Actuaries.
- [4] Cox JC, Ingersoll JE, Ross SA. 1985. A theory of the term structure of interest rates. *Econometrica*. 53(2): 385-408.
- [5] Futami T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I*. Tokyo (JP): Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center.
- [6] Hasriati, Nababan TP. 2019. Private premium of endowment last survivor and joint life insurance with pareto distribution. *International Journal of Statistical Distributions and Applications*. 5(4): 76–81. doi: 10.11648/j.ijds.20190504.11.
- [7] Kloden PE, Platen E. 1992. *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations*. Berlin (DE): Springer.
- [8] Sukanasih NK, Widana IN, Jayanegara K. 2018. Cadangan premi asuransi *joint-life* dengan suku bunga tetap dan berubah secara stokastik. *E-Jurnal Matematika*. 7 (2):79-87. <https://doi.org/10.24843/MTK.2018.v07.i02.p188>.